“В ПОМОЩЬ РАДИОКРУЖКУ” — ВЕДЕТ Б. С. ИВАНОВ

ТЕОРИЯ: ПОНЕМНОГУ — ОБО ВСЕМ

В. ПОЛЯКОВ, г. Москва

Второе уравнение Максвелла выражает закон электромагнитной индукции Фарадея: ЭДС в любом замкнутом контуре равна скорости изменения (т. е. производной по времени) магнитного потока. Но ЭДС равна касательной составляющей вектора напряженности электрического поля E, помноженной на длину контура. Чтобы перейти к ротору, как и в первом уравнении Максвелла, достаточно разделить ЭДС на площадь контура, а последнюю устремить к нулю, т. е. взять маленький контур, охватывающий рассматриваемую точку пространства (рис. 9,в). Тогда в правой части уравнения будет уже не поток, а магнитная индукция, поскольку поток равен индукции, помноженной на площадь контура.

Итак, получаем: $\mathrm{rot}E = -dB/dt$.

Таким образом, вихревое электрическое поле порождается изменениями магнитного, что и подано на рис. 9,в и представлено только что приведенной формулой.

Третье и четвертое уравнения Максвелла имеют дело с зарядами и порождаемыми ими полями. Они основаны на теореме Гаусса, утверждающей, что поток вектора электрической индукции через любую замкнутую поверхность равен заряду внутри этой поверхности.

Немного поясним, что такое поток. Если скорость истечения воды из водопроводного крана помножить на площадь отверстия крана, мы получим поток воды — ее расход в кубометрах за секунду (рис. 9,г). Если магнитную индукцию электромагнита помножить на площадь сечения его магнитопровода, получится магнитный поток, определяющий силу притяжения.

В теореме Гаусса для определения потока электрической индукции проще всего взять сферическую поверхность (рис. 9,д) площадью S, во всех точках которой вектор D имеет одинаковое абсолютное значение. По теореме Гаусса SD = q, где q — заряд, помещенный внутри поверхности. Если это точечный заряд, помещенный в центре сферы, то мы получаем простые формулы:

— для определения его электрической индукции

$D = q/S = q/4\pi r^2$;

— для определения напряженности электрического поля

$E = q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2$.

Вернемся к рис. 9,д. Если поток вектора D через замкнутую поверхность S разделить на объем, заключенный внутри поверхности, и мысленно стянуть поверхность в точку, получим так называемую в математике дивергенцию (или извержение) вектора. В правой части уравнения для потока стоит заряд q. Деленный на объем, он дает объемную плотность заряда r. Итак, получено третье уравнение Максвелла:

$\mathrm{div}\,D = \rho$.

Четвертое уравнение утверждает, что магнитных зарядов в природе не существует, поэтому

$\mathrm{div}\,B = 0$.

На уравнениях Максвелла основана целая наука — электродинамика, позволяющая строгими математическими методами решить множество полезных практических задач. Можно рассчитать, например, поле излучения различных антенн как в свободном пространстве, так и вблизи поверхности Земли или около корпуса какого-либо летательного аппарата, например, самолета или ракеты. Электродинамика позволяет рассчитать конструкцию волноводов и объемных резонаторов — устройств, применяющихся на очень высоких частотах сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн, где обычные линии передачи и колебательные контуры уже непригодны. Без электродинамики невозможно было бы развитие радиолокации, космической радиосвязи, антенной техники и многих других разделов современной радиотехники.

Сами по себе уравнения Максвелла допускают множество различных решений. Чтобы их конкретизировать, задают начальные и граничные условия. Начальные условия — это распределение в пространстве и во времени токов и зарядов, создающих поля. Граничные условия относятся к окружающему пространству — сюда может входить и поверхность Земли с ее известными параметрами, металлические стенки волноводов и т. д. Одно из граничных условий, например, утверждает, что вблизи хорошо проводящей поверхности не может существовать касательная составляющая электрического поля — силовые линии должны входить в поверхность перпендикулярно ей. Не всегда удается получить решения уравнений аналитически, и тогда неоценимую помощь оказывают компьютеры, позволяя решить уравнения численными методами.

2.3. Как получить электромагнитные волны теоретически...

Как мы же говорили, из уравнений Максвелла теоретически следует существование электромагнитных волн. Проще всего получить решение для монохроматической плоской волны в свободном пространстве. Понятие “монохроматический” пришло из оптики: световые волны одного цвета (моно — один, хромос — цвет) содержат колебания только одной частоты. Название “плоская” говорит о том, что ее волновой фронт (что это такое, будет ясно из дальнейшего) является плоскостью.

В отличие от плоских, существуют сферические волны, расходящиеся из одной точки — источника. Их можно сравнить с кругами, расходящимися от брошенного в воду камня, в то время как плоские волны — это ровные ряды параллельных гребней в открытом водоеме. Реально плоская волна существует на достаточно большом удалении от источника, когда расходимостью волны в пространстве можно пренебречь.

Уравнения Максвелла показывают, что в однородном пространстве могут существовать только поперечные электромагнитные волны, в которых направления полей E и H перпендикулярны друг другу, а также и направлению распространения волны.

Если выбрать ось x по направлению распространения волны, а ось y в направлении электрического поля, а затем воспользоваться известным из векторной алгебры координатным представлением операции rot, первые два уравнения Максвелла становятся совсем простыми: $dH_z/dx = -\varepsilon\varepsilon_0 dE_y/dt$; $dE_y/dx = -\mu\mu_0 dH_z/dt$. Продифференцировав их по времени и подставив одно в другое, получаем волновые уравнения: $d^2E_y/dx^2 = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 d^2E_y/dt^2$; $d^2H_z/dx^2 = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 d^2H_z/dt^2$.

Самое простое их решение получается в виде уже известных нам из электротехники гармонических колебаний, распространяющихся в пространстве: $E_y = E_m\cos(\omega t - kx)$; $H_z = H_m\cos(\omega t - kx)$, где w — угловая частота колебаний (она задается источником и может быть любой), а k — волновое число; $k = \omega/c$, c — скорость распространения электромагнитных волн, причем $c^2 = 1/\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0$. Если среда отсутствует, т.е. волны распространяются в вакууме, $c^2 = 1/\mu_0\varepsilon_0$ и величина c точно соответствует скорости света $3\cdot10^8$ м/с. ■